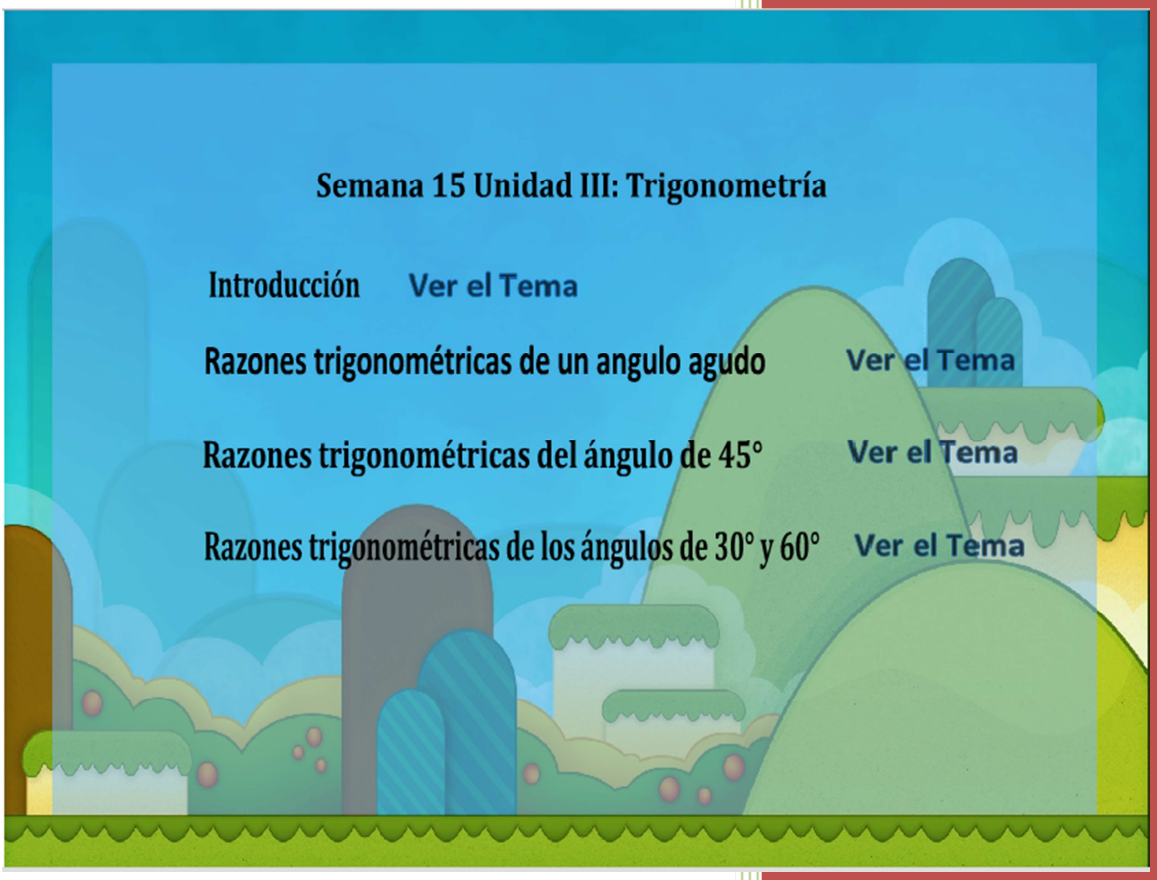
UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
Curso de Nivelación 2014

MATEMÁTICA



Universidad de El Salvador, Derechos Reservados

CURSO DE MATEMÁTICA EN LÍNEA

Contenido

Unidad III: Trigonometría 1
Razones trigonométricas de un ángulo agudo 1
Razones trigonométricas del ángulo de 45° 4
Razones trigonométricas de los ángulos de 30° y 60° 6

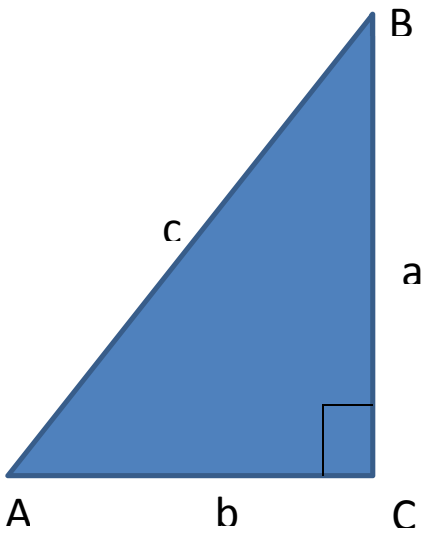
Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

Unidad III: Trigonometría

Se definirán las razones trigonométricas de un ángulo agudo y se deducirán algunas identidades trigonométricas muy importantes en los estudios de ingeniería y arquitectura, poe acenr ultimo se resolverán algunos triángulos.

Razones trigonométricas de un ángulo agudo

En el triángulo rectángulo ABC



Se tiene:

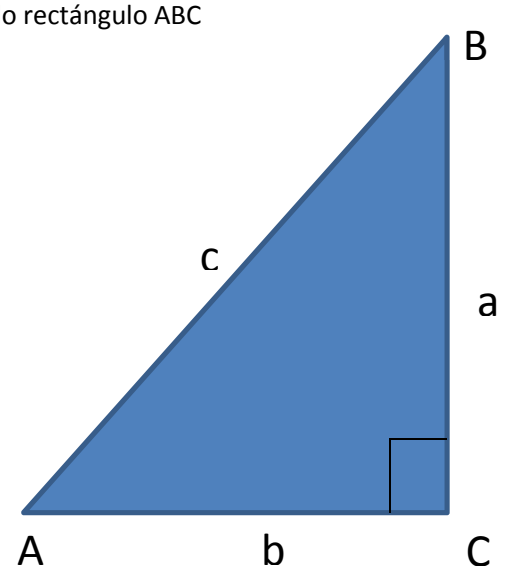
1) a es el lado (cateto) opuesto al ángulo A o es el lado (cateto) adyacente al ángulo B.
2) b es el lado (cateto) adyacente al ángulo A o es el lado (cateto) opuesto al ángulo B.
3) c es el lado (hipotenusa) opuesto al lado ángulo C

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

Además se define:

a) Seno del ángulo A, denotado Sen(A), como la razón entre el lado opuesto al ángulo A y la hipotenusa, o sea, Sen(A)=a/c
b) Coseno del ángulo A, denotado Cos(A), como la razón entre el lado adyacente al ángulo A y la hipotenusa, es decir, Cos(A)=b/c
c) Tangente del ángulo A, denotado Tan(A), como la razón entre el lado opuesto al ángulo A y el lado adyacente al ángulo A, es decir, Tan(A)=a/b
d) Cotangente del ángulo A, denotado Cot(A) como la razón entre el lado adyacente al ángulo A y el lado opuesto al ángulo A, es decir, Cot(A)=b/a
e) Secante del ángulo A, denotado Sec(A), como la razón entre la hipotenusa y el lado adyacente al ángulo A, es decir, Sec(A)=c/b
f) Cosecante del ángulo A, denotado Csc(A), como la razón entre la hipotenusa y el lado opuesto al ángulo A, es decir, Csc(A)=c/a

Para el triángulo rectángulo ABC



Se tiene:

$$Sen(A)=\frac{a}{c}\ ,\ Csc(A)=\frac{c}{a}$$

$$Cos(A)=\frac{b}{c}\ ,\ Sec(A)=\frac{c}{b}$$

$$Tan(A)=\frac{a}{b}\ ,\ Cot(A)=\frac{b}{a}$$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

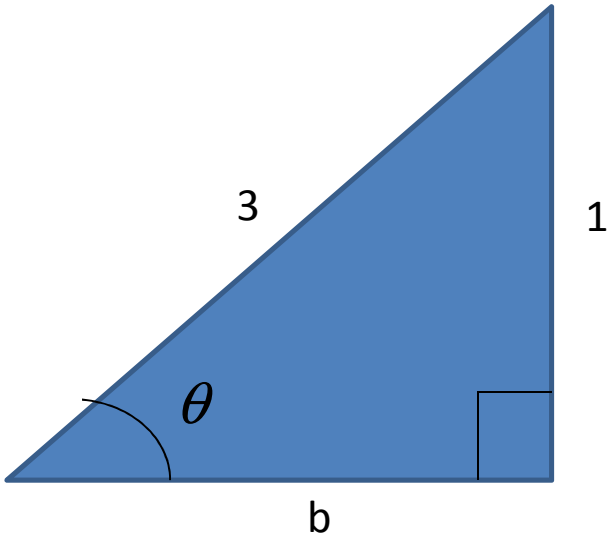
También:

$$Sen(B)=\frac{b}{c} \;;\; Csc(B)=\frac{c}{b}$$

$$Cos(B)=\frac{a}{c} \;;\; Sec(B)=\frac{c}{a}$$

$$Tan(B)=\frac{b}{a} \;;\; Cot(B)=\frac{a}{b}$$

Ejemplo. Dado $Sen(\theta)=\frac{1}{3}$, calcule las otras razones trigonometricas del ángulo θ



Solución:

$$Sen(\theta)=\frac{opuesto\ a\ \theta}{hipotenusa}$$

$$Sen(\theta)=\frac{1}{3}$$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

Aplicando el teorema de pitágoras se tiene:

$b^2+(1)^2=(3)^2 \rightarrow b^2=(3)^2-(1)^2 \rightarrow$

$b^2=9-1 \rightarrow b^2=8 \rightarrow b=\sqrt{8} \rightarrow$

$b=\sqrt{4(2)}=\sqrt{4}\sqrt{2} \rightarrow b=2\sqrt{2}$

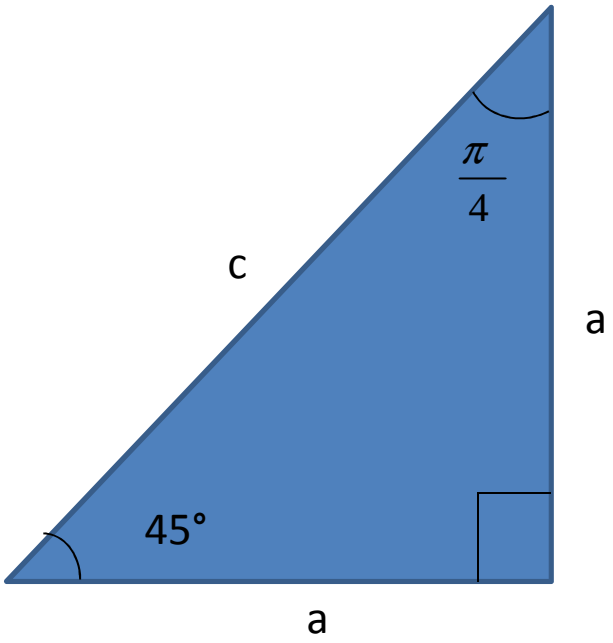
$Sen(\theta)=\frac{1}{3}$, $Csc(\theta)=\frac{3}{1}$

$Cos(\theta)=\frac{2\sqrt{2}}{3}$, $Sec(\theta)=\frac{3}{2\sqrt{2}}$

$Tan(\theta)=\frac{1}{2\sqrt{2}}$, $Cot(\theta)=\frac{2\sqrt{2}}{1}$

Razones trigonométricas del ángulo de 45°

Se tiene un triángulo rectángulo isósceles.



Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

Aplicando el teorema de pitágoras:

$a^2 + a^2 = c^2 \rightarrow 2a^2 = c^2 \rightarrow c = \sqrt{2a^2} \rightarrow$

$c = \sqrt{2}\sqrt{a^2} \rightarrow c = \sqrt{2}a$

$$Sen(45°) = \frac{a}{a\sqrt{2}} \Rightarrow Sen(45°) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$Cos(45°) = \frac{a}{a\sqrt{2}} \rightarrow Cos(45°) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$Tan(45°) = \frac{a}{a} \rightarrow Tan(45°) = 1$$

$$Csc(45°) = \frac{a\sqrt{2}}{a} \rightarrow Csc(45°) = \sqrt{2}$$

$$Sec(45°) = \frac{a\sqrt{2}}{a} \rightarrow Sec(45°) = \sqrt{2}$$

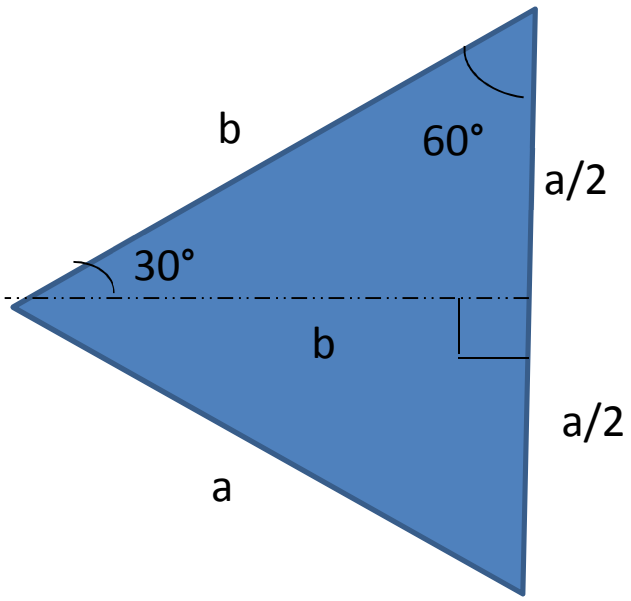
$$Cot(45°)\frac{a}{a} \rightarrow Cot(45°) = 1$$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

Razones trigonométricas de los ángulos de 30° y 60°

Se tiene el siguiente triángulo equilátero de lado a

b: altura o bisectriz o mediatriz



Aplicando el teorema de Pitágoras.

$$b^2+(\frac{a}{2})^2=a^2 \rightarrow b^2+\frac{a^2}{4}=a^2 \rightarrow$$

$$b^2=a^2-\frac{a^2}{4} \rightarrow b^2=\frac{3}{4}a^2 \rightarrow b=\sqrt{\frac{3}{4}a^2}$$

$$\Rightarrow b=\sqrt{3}\sqrt{\frac{a^2}{4}} \Rightarrow b=\frac{a}{2}\sqrt{3}$$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

$\theta = 30°$

$$Sen(30°) = \frac{a/2}{a} \Rightarrow Sen(30°) = \frac{1}{2}$$

$$Cos(30°) = \frac{\frac{a}{2}\sqrt{3}}{a} \Rightarrow Cos(30°) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$Tan(30°) = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a}{2}\sqrt{3}} \Rightarrow Tan(30°) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$Csc(30°) = \frac{a}{\frac{a}{2}} \Rightarrow Csc(30°) = 2$$

$$Sec(30°) = \frac{a}{\frac{a}{2}\sqrt{3}} \Rightarrow Sec(30°) = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$Cot(30°) = \frac{\frac{a}{2}\sqrt{3}}{\frac{a}{2}} \Rightarrow Cot(30°) = \sqrt{3}$$

$\beta = 60°$

$$Sen(60°) = \frac{\frac{a}{2}\sqrt{3}}{a} \Rightarrow Sen(60°) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$Cos(60°) = \frac{\frac{a}{2}}{a} \Rightarrow Cos(60°) = \frac{1}{2}$$

$$Tan(60°) = \frac{\frac{a}{2}\sqrt{3}}{\frac{a}{2}} \Rightarrow Tan(60°) = \sqrt{3}$$

$$Csc(60°) = \frac{a}{\frac{a}{2}\sqrt{3}} \Rightarrow Csc(60°) = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$Sec(60°) = \frac{a}{\frac{a}{2}} \Rightarrow Sec(60°) = 2$$

$$Cot(60°) = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a}{2}\sqrt{3}} \Rightarrow Cot(60°) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013